3) il prevalere dell'effetto affollamento: negativo e crescente, in valore assoluto, per $N_i \in \left[\frac{\alpha}{\beta}; N\right]$[3].

5 Il modello

Il mercato è servito da due imprese (i e j) che offrono un prodotto omogeneo. Le imprese competono in un gioco a un solo stadio nei prezzi, fissandolo simultaneamente e in modo non cooperativo. Assumeremo che la tecnologia sia la medesima per le due imprese e che sia caratterizzata da rendimenti di scala costanti, cosicchè il costo medio e marginale è costante e pari c. Il numero di consumatori è pari ad N e ognuno acquista una unità del bene scegliendo l'impresa da cui è in grado di ottenere il surplus netto maggiore, dati i prezzi e il numero di individui serviti dalla stessa impresa. Il surplus netto di un generico consumatore che sceglie di acquistare da i è definito da:

$$S_i(p_i, N_i) = K - p_i + E(N_i) \tag{4}$$

dove K è il surplus lordo, p_i è il prezzo praticato dall'impresa i e $E(N_i)$ l'esternalità. Supponiamo che K sia sufficientemente elevato da permettere al mercato di essere coperto, e procediamo ad individuare il consumatore indifferente:

$$S_i(p_i, N_i) = S_j(p_j, N_j) \tag{5}$$

ovvero:

$$-p_i + \alpha N_i - \beta N_i^2 = -p_j + \alpha N_j - \beta N_j^2$$

La domanda[4] dell'impresa i risulta pertanto:

$$D_i(p_i, p_j) = N_i(p_i, p_j) = \frac{N}{2} + \frac{p_i - p_j}{2(\alpha - \beta N)} \tag{6}$$

Data la simmetria del modello, possiamo limitarci a valutare la funzione di profitto dell'impresa i:

$$\Pi_i(p_i, p_j) = (p_i - c)D_i(p_i, p_j) = (p_i - c)\left[\frac{N}{2} + \frac{p_i - p_j}{2(\alpha - \beta N)}\right] \tag{7}$$

La condizione del primo ordine per la massimizzazione della (7) impone[5]

[3] Quindi implicitamente $\frac{\alpha}{\beta} < N$.
[4] La funzione risulta decrescente nel prezzo p_i.
[5] La funzione risulta concava, soddisfa pertanto le condizioni del II ordine per un massimo.

$$\frac{1}{2}[N + \frac{2p_i - p_j - c}{(\alpha - \beta N)}] = 0 \tag{8}$$

da cui è possibile individuare la funzione di reazione nei prezzi:

$$p_i(p_j) = \frac{1}{2}\left[-N\alpha + \beta N^2 + p_j + c\right] \tag{9}$$

simmetricamente:

$$p_j(p_i) = \frac{1}{2}\left[-N\alpha + \beta N^2 + p_i + c\right] \tag{10}$$

L'equilibrio di Nash in strategie pure esiste, è unico, ed è definito dalla coppia:

$$p_i^* = p_j^* = -N\alpha + \beta N^2 + c \tag{11}$$

Dato che la somma dei primi due addendi risulta positiva, come si voleva dimostrare, le imprese praticano un prezzo maggiore del costo marginale.

L'intuizione su cui si fonda questo risultato è una piccola ma significativa modificazione del processo di *under-cutting*. Si osservi che, in simili circostanze, l'incentivo a ridurre di un ε il proprio prezzo, allo scopo di detenere il monopolio del mercato, non risulta vantaggioso come nel modello tradizionale proprio a causa del contemporaneo agire dei due effetti sociali. Ovviamente, se tutti (o quasi) i consumatori scegliessero l'impresa che pratica il prezzo più basso, la soddisfazione di un consumo congiunto verrebbe più che compensata dall'effetto affollamento, generando disutilità[6]. Alcuni consumatori preferiranno servirsi dall'altra impresa, perchè pur pagando un prezzo maggiore, riusciranno a sottrarsi a un indesiderato affollamento. In altre parole, anche l'impresa con prezzo più elevato serve comunque una parte del mercato. Giocare strategicamente al ribasso risulta, dunque, inefficace o addirittura dannoso. Simmetricamente, definendo il meccanismo d'asta come un gioco al rialzo, è possibile individuare l'incentivo a un mark-up positivo *nella paura* che un prezzo *troppo basso* determini l'affollamento e la perdita di consistenti quote di mercato.

[6] Per $N_i \in [\frac{\alpha}{\beta}; N]$.